|  |  |
| --- | --- |
|  | D:\Dokumen Mocher\desktop\logo UMB.jpg |
|  | **MODUL PERKULIAHAN** |
|  |  |
|  | **PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN KUADRAT**   * Pengertian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat. * Penyelesaiannya persaman dan pertidaksamaan kuadrat. |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |  | |  | |  |
|  | **Fakultas** | | **Program Studi** | **Tatap Muka** | **Kode MK** | | **Disusun Oleh** | |  |
|  | Ilmu Komputer | | Sistem Informasi | **05** | **B11187DA** | | Drs. Sapto Prayogo. M.Kom | |  |
| **Abstract** | | | | **Kompetensi** | |
|  | | | |  | |
| Pertidaksamaan kuadrat adalah pertidaksamaan dengan pangkat tertinggi dari variabel (peubah) adalah dua. Himpunan penyelesaian (HP) pertidaksamaan dapat dituliskan dalam bentuk notasi himpunan atau dengan garis bilangan. | | | | Mahasiswa mampu memahami mendeskripsikan persamaan kuadrat dan pertidaksamaan kuadrat. | |

**PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN KUADRAT**

* Pengertian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat

1. Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat adalah persamaan di mana pangkat tertinggi dari variable (peubah) adalah dua. Bentuk umum adalah

ax2 + bx + c = 0 , a ≠ 0 dengan a, b, c ∈ R

Bentuk-bentuk persamaan kuadrat

1. x2 + 5x – 3 = 0, dengan a = 1, b = 5, dan c = -3 (persamaan kuadrat biasa)
2. 2x2 + 5x = 0 , dengan a = 2, b = 5, dan c = 0 (persamaan kuadrat tidak lengkap)
3. x2 – 6 = 0, dengan a = 1, b = 0, dan c = -6 (persamaan kuadrat murni)
4. Pertidaksamaan kuadrat

Pertidaksamaan kuadrat adalah pertidaksamaan dengan pangkat tertinggi dari variabel (peubah) adalah dua. Himpunan penyelesaian (HP) pertidaksamaan dapat dituliskan dalam bentuk notasi himpunan atau dengan garis bilangan.

* Jenis akar persamaan kuadrat

Jika diperhatikan cara mencari penyelesaian persamaan kuadrat dengan menggunakan rumus, maka jenis-jenis akar-akar tersebut akan bergantung pada nilai b2 – 4ac. Oleh karena itu, b2 – 4ac disebut diskriminan atau pembeda dan biasanya disingkat dengan D dimana D = b2 – 4ac. Beberapa kemungkinan jenis-jenis akar persamaan kuadrat:

* jika D > 0 tetapi bukan kuadrat murni, maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar riil yang berbeda;
* jika D = 0, maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar riil yang sama atau sering disebut mempunyai akar kembar;
* jika D < 0, maka persamaan kuadrat, tidak mempunyai akar riil (akar imajiner);
* jika D merupakan kuadrat murni, maka persamaan kuadrat mempunyai akar rasional yang berlainan.

Contoh :

Tentukan jenis akar-akar persamaan kuadrat di bawah ini tanpa mencari akarnya terlebih dahulu.

1. x**2** + 4x + 4 = 0

2 . x2 + x + 2 = 0

Jawab:

1. x2 + 4x + 4 = 0

a= 1, b =4, c=4

D= b2 – 4ac

D= 42 -4.1.4 ⇔ D = 0

Persamaan kuadrat mempunyai dua akar kembar

1. x2 + x + 2 = 0

a= 1, b =1, c=2

D= b2 – 4ac

D= 12 -4.1.2 ⇔ D = -8

D<0, maka persamaan kuadrat tidak mempunyai akar riil

* Penyelesaian persamaan dan pertidaksamaan kuadrat

1. Penyelesaian persamaan kuadrat

Mencari penyelesaian persamaan kuadrat berarti mencari nilai x sedemikian sehingga jika nilai disubstitusikan akan memenuhi persamaan tersebut. Penyelesaian persamaan kuadrat disebut juga akar-akar persamaan kuadrat.

Beberapa cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan kuadrat, yaitu:

1. Faktorisasi

Dengan menggunakan sifat perkalian pada bilangan riil, yaitu jika dua bilangan riil dikalikan hasilnya sama dengan nol. Dengan demikian, salah satu dari bilanganbilangan tersebut sama dengan nol atau kedua-duanya sama dengan nol.

Jika p × q = 0 maka p = 0 atau q = 0

Contoh :

Carilah akar-akar persamaan kuadrat berikut ini.

a. x2 + 2x – 8 = 0

b. 2x2 + 3x = 0

Jawab:

Untuk menyelesaikan persamaan ax2 + bx + c = 0, terlebih dahulu dicari dua bilangan memenuhi syarat sebagai berikut.

1. Hasil kalinya adalah sama dengan a × c
2. Hasil jumlahnya adalah sama dengan b

Misalkan dua bilangan yang memenuhi syarat tersebut adalah α dan β, maka

α β = a × c dan α+ β = b

Dengan demikian, bentuk faktornya adalah

(ax + α)(ax + β) = 0

dengan membagi a pada ruas kiri dan kanan, maka akan didapat bentuk asal atau mula-mula.

1. x2 + 2x – 8 = 0

Dari persamaan tersebut didapat a =1, b = 2, dan c = -8 .

Cari dua bilangan sehingga

* Hasil kalinya = 1× (-8) = -8,
* Hasil penjumlahannya = 2.

Bilangan yang memenuhi syarat tersebut adalah 4 dan -2, sehingga

x2 + 2x – 8 = 0 ⇔ (x + 4)(x – 2) = 0

x + 4 = 0 atau x – 2 = 0

x = -4 x = 2

1. 2x2 + 3x = 0

Dari persamaan tersebut didapat a = 2, b = 3, dan c = 0 .

Carilah dua bilangan sehingga,

* Hasil kalinya = 2× 0 = 0,
* Hasil penjumlahannya = 3

Bilangan yang memenuhi syarat tersebut adalah 0 dan 3, sehingga:

2x2 + 3x = 0

(2x + 0)(2x + 3) = 0

Membagi dengan 2 pada ruas kiri dan kanan didapat

(x + 0)(2x + 3) = 0

x + 0 = 0 atau 2x + 3 = 0

x = 0 atau 2x = -3

Untuk mempersingkat dapat juga digunakan cara memfaktorkan langsung (persamaan dengan nilai

c = 0).

2x2 + 3x = 0

x(2x + 3) = 0

1. Melengkapkan kuadrat sempurna

Persamaan kuadrat ax2 + bx + c = 0, diubah menjadi bentuk kuadrat dengan cara sebagai berikut.

1. Pastikan koefisien dari x2 adalah 1, bila tidak bagilah dengan bilangan sedemikian sehingga koefisiennya adalah 1.
2. ambahkan ruas kiri dan kanan dengan setengah koefisien dari x kemudian kuadratkan.
3. Buatlah ruas kiri menjadi bentuk kuadrat, sedangkan ruas kanan dimanipulasi, sehingga menjadi bentuk yang lebih sederhana.

Contoh :

Dengan cara melengkapkan bentuk kuadrat sempurna, carilah akar-akarnya.

1. x2 – 4x – 5= 0
2. 2x2 – x – 1 = 0

Jawab :

x2 – 4x – 5= 0

x2 – 4x + (-2)2 = 5 + (-2)2

x2 – 4x +(1/2 -4 )2 = 5+(1/2 -4)2

x2 – 4x +(-2 )2 = 5+(-2)2

(x − 2)2 = 9

x – 2 = ± 9

x – 2 = ± 3

x1 = 3 + 2 atau x2 = -3 + 2

= 5 = -1

Jawab :

2x2 – x – 1 = 0

x2 -½ x = ½

x2 -½ x +(½ -½)2 = ½ + (½ -½)2

(x – ¼ )2 = ½ + 1/16

x - = ±

x - = ±

x1 = -3/4 +1/4 atau x2 = ¾ +1/4

x1 = ½ x2 = 1

1. Rumus kuadrat (biasa dikenal dengan rumus abc).

Dengan menggunakan aturan melengkapkan kuadrat sempurna yang telah dipelajari sebelumnya, dapat dicari rumus untuk menyelesaikan persamaan kuadrat.

ax2 + bx +c = 0

x2 + x + = 0 ⇔ x2 + x = -

x2 + x + ( . )2 = - + ( . )2

x2 + x + ( )2 = - +

( x + )2 =

( x + ) =

x = -

dan

Contoh :

Tentukan akar persamaan x2 – 6x + 9 = 0 dengan menggunakan rumus

x1 = 3 atau x2 =3

1. Rumus Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar Persamaan Kuadrat

Dari rumus kuadrat, diperoleh akar-akar persamaan kuadrat sebagai berikut.

atau

Dengan menjumlahkan dan mengalikan kedua akar

x1 + x2 = +

x1 + x2 = =

x1 . x2 = .

= ⇔

Contoh :

Jika x1 dan x2 akar-akar dari persamaan x2 + 2 x – 3 = 0, tentukanlah

a. x1 + x2  b. x12+x22

Jawab :

1. a = 1,b=2 dan c=3

x1 + x2 = = -3/1 = -3

1. a = 1,b=2 dan c=3

x12+x22 = (x1 + x2)2 - 2 x1. x2

= (-3)2 – 2.(3/1)

= 9 – 6 = 3

1. Menyusun Persamaan Kuadrat
2. Rumus perkalian faktor

(x – x1)(x – x2) = 0

contoh :

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya -2 dan 5.

(x – (-2))(x – 5) = 0

(x +2) (x – 5) = 0

x2-3x-10 =0

1. Rumus jumlah dan hasil kali akar-akar

x2 – (x1 + x2)x + x1 . x2 = 0

contoh :

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2/3 dan -2

x2 – (x1 + x2)x + x1 . x2 = 0

x2 – (2/3 - 2)x + 2/3 . -2 = 0

x2 – (-4/3)x -4/3 = 0

3x2+4x-4 =0

1. Penyelesaian pertidaksamaan kuadrat

Langkah-langkah untuk mencari himpunan penyelesaian pertidaksamaan kuadrat

adalah sebagai berikut.

1. Nyatakan pertidaksamaan dalam bentuk persamaan kuadrat (ruas kanan = 0).
2. Carilah akar-akar dari persamaan tersebut.
3. Buatlah garis bilangan yang memuat akar-akar tersebut.
4. Tentukan tanda (positif atau negatif) pada masing-masing interval dengan cara menguji tanda pada masing-masing interval tersebut
5. Himpunan penyelesaian diperoleh dari interval yang memenuhi pertidaksamaan tersebut.

Contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut ini.

x2 – 2x – 8 > 0.

Jawab:

Nyatakan dalam bentuk persamaan.

x2 – 2x – 8 = 0

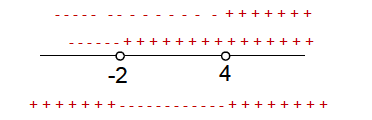
Carilah akar-akarnya

x2 – 2x – 8 = 0

(x – 4)(x + 2) = 0

x = 4 atau x = -2

Buatlah garis bilangan yang memuat akar-akar tersebut



Daerah penyelesaian

x < -2 atau x > 4

HP = {x | x < -2 atau x > 4, x ∈ R }

Soal :

1. Selesaikan persaman kuadrat 4x2– 12x + 8 = 0 dengan cara
   1. Faktor
   2. Melengkapi kuadrat
   3. Rumus ABC
2. Tentukan

Jika Salah satu akar persaman kuadrat x2 – 2x + c = 0 adalah 1, tentukan nilai c dan akar yang lainnya.

1. Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya ½ dan 3
2. Himpunan penyelesaian dari -2 < 3(x – 1) < 2
3. Tentukan himpunan penyelesaian dari x2 – x > 90

# Daftar Pustaka

1. Gleen Ledder. 2013, *Mathematical for the Life Sciences,* Springer.
2. Dra.Siti Marwiyanti dan Dra. Chafidzah.2006. Matematika untuk SMK kelas X semester genap.Swadaya Murni: Jakarta.
3. Agus Setiawan – Bae Kudus,  Bahan Ajar : Persamaan dan Fungsi Kuadrat
4. http://www.file-edu.com/2011/04/program-linier.html
5. http://arimatematika .blogspot.com/